Núm. 05 | 30 de septiembre, 2025

Notas de Divulgación PAPIIT

Métodos no-lineales en sistemas no-perturbativos, aplicaciones a diferentes temas de la física[1]

Peter Otto Hess Bechstedt[2]

Resumen. La idea principal del proyecto fue aplicar métodos avanzados, desarrollados por el responsable, en colaboración con otros investigadores de varias áreas de la física. Como indica el título del proyecto, el énfasis está en la aplicación de métodos no lineales. De hecho, muchos sistemas reales en la física corresponden a sistemas no-lineales, como la física nuclear, la cromodinámica cuántica (QCD, por sus siglas en inglés) y los sistemas complejos de física atómica. Todo lo que nos rodea está formado por sistemas de muchas partículas. Para tratar dichos sistemas se aplican procedimientos afines a todas estas áreas. Hay también otros aspectos, como las simetrías en la física, que se utilizan para simplificar la descripción de un sistema físico y proporcionan un entendimiento muy profundo.

La simetría es una herramienta que nos permite ordenar un sistema complejo, muy similar a la organización de una biblioteca. El uso de simetrías se conoce como teoría de grupos —noción no muy atractiva, por lo que sigo usando la de simetría—. Las simetrías nos rodean y, por todos lados, resultan en cantidades conservadas. Por ejemplo, si la física no cambia después de aplicar una traslación, ello implica la conservación del momento lineal.

Palabras clave. Simetrías, métodos no-lineales, sistemas no-perturbativos, física nuclear, cromodinámica cuántica (QCD), relatividad general, teoría de grupos

1 Proyecto PAPIIT IN100421: " Métodos no-lineales en sistemas no-perturbativas, aplicaciones a diferentes temas de la física".

2 Instituto de Ciencias Nucleares. hess@nucleares.unam.mx

DOI: https://doi.org/10.22201/crim.005r.2025

En astronomía, vemos hacia el pasado y, si no vemos cambios en las leyes de la física, esto quiere decir que la física es invariante bajo translaciones del tiempo. La consecuencia es la conservación de la energía.

Otro ejemplo es que no observamos cambios en las leyes de la física cuando vemos en diferentes direcciones, por ejemplo, al hacer una rotación. Esto resulta en la conservación del momento angular.

Hay más ejemplos de cantidades conservadas, cuyo origen es una simetría, pero eso es más para especialistas. Solo hay que tener en mente que la simetría nos permite manejar incluso sistemas muy complejos; en este sentido, es un método no perturbativo y no lineal.

Aunque la simetría nos ayuda mucho, no es suficiente, pues también es necesario usar métodos de muchos cuerpos, que pertenecen la categoría no perturbativa.

En este escrito, voy a explicar diferentes sistemas de la física tratados en el proyecto. Espero dar una idea general sobre el poder y la utilidad del uso de las simetrías y los métodos no perturbativos.

Simetría

¿Qué es la simetría? Cuando uno se hace esta pregunta, se viene a la mente el ejemplo de una cara simétrica; esto es, que el lado izquierdo se ve igual al derecho. Esta observación se ilustra en la figura 1. También indica que un sistema real no siempre tiene una simetría perfecta, pues esta se rompe, como se aprecia en el corte del cabello, por ejemplo.

Figura 1. Representación de una simetría

No obstante, ahora lo vamos a abordar de forma más abstracta: la acción de cambiar los lados la llamamos transformación. Si bajo esta transformación (acción) el objeto (la cara) no cambia (queda invariante), se dice que hay una simetría. ¡Fíjate en el cambio de notación que estoy aplicando!

Ahora podemos expandir el uso de esa notación. Consideremos la ecuación de movimiento más conocida: $F = ma$, donde la fuerza es igual a la masa multiplicada por la aceleración. En esta ecuación, la aceleración se define como la segunda derivada del vector de posición respecto al tiempo, es decir, indica cómo cambia la velocidad con el tiempo y cómo dicha velocidad cambia también.

Ahora imaginemos que trasladamos todo el sistema físico a otro lugar del espacio. Eso se representa como $r \rightarrow r + c$, donde r es el vector de posición y c es un vector constante que indica cuánto se ha desplazado el sistema. Como al derivar una cantidad constante su valor es cero, al tomar dos derivadas del nuevo vector de posición $(r + c)$ obtenemos la misma aceleración que antes. Por lo tanto, la ecuación $F = ma$ no cambia con esta transformación: es invariante bajo una traslación. Esto significa que la forma de la ecuación se mantiene, aunque cambiemos el lugar desde donde observamos el sistema. En física, a esto se le llama simetría.

Tenemos varias teorías físicas (mecánica clásica, electrodinámica, mecánica cuántica, relatividad general) que son simétricas bajo ciertas transformaciones. Cada simetría resulta en cantidades conservadas que nos ayudan a resolver el problema en consideración.

Hace como 100 años vivió una matemática muy famosa, Emmy Noether, quien mostró que a cada simetría continua corresponde una cantidad conservada y explicó cómo deducirla. Sin su trabajo, la física moderna no podría entenderse. Por ser mujer, no podía conseguir un trabajo renumerado, pero contaba con el apoyo de sus colegas, en especial de Albert Einstein.

Encontrar una simetría al investigar ecuaciones de movimiento no es la única manera. En mecánica cuántica, una forma de detectar simetrías es observando la degeneración en los espectros de energía. Esto ocurre cuando distintos estados cuánticos —es decir, diferentes maneras en que una partícula puede existir dentro de un sistema— tienen exactamente la misma energía. Por ejemplo, en un átomo, varios estados pueden compartir un mismo nivel energético si el momento angular se conserva. Cuando una simetría permite pasar de un estado a otro dentro del mismo nivel de energía, decimos que la degeneración no cambia: los estados se transforman entre sí, pero siguen teniendo la misma energía. Esa repetición revela que hay una simetría subyacente en el sistema. No puedo explicarlo en detalle aquí, así que les pido que me crean... o que asistan a una clase sobre simetría en la Facultad de Ciencias.

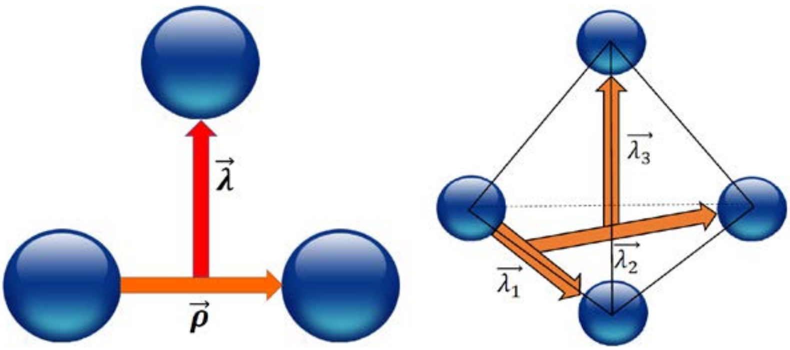
Esto también nos llevó a proponer la existencia de los quarks. Al estudiar el espectro de los hadrones (partículas como el protón y el neutrón), se observó una casi degeneración entre diferentes estados —es decir, tenían energías muy similares—, lo que sugería una simetría oculta en el sistema. La única manera de explicar este patrón fue asumir una simetría llamada SU(3). No se preocupen por la notación: el número 3 simplemente indica que los constituyentes básicos de estas partículas debían ser tres entidades fundamentales, a las que hoy llamamos quarks.

Espero pueda convencerlos de que la simetría es un elemento sumamente importante en la naturaleza, ya que nos ayuda a entender mejor su estructura. En lo que sigue, voy a resumir los temas abordados en mi proyecto y a hacer referencia al uso de las simetrías y los métodos de muchas partículas. Aunque parecen temas muy distintos, todos están conectados por los conceptos mencionados.

Física nuclear

La estructura de un núcleo no es tan simple como se piensa. Por ejemplo, 20Ne tiene 10 protones y 10 neutrones, es decir, contiene muchas partículas. Otro caso es el núcleo 238U, que tiene 92 protones y 146 neutrones. También se sabe que el Uranio puede emitir partículas α y no es el único núcleo que hace esto. La partícula α debe haberse formado antes, lo que sugiere que tiene una estructura de cúmulos. En otras palabras, el núcleo también puede describirse en términos de cúmulos. Esto se ilustra en el caso de 12C y de 16O, cuyas distribuciones de carga se pueden medir y muestran una clara forma de cúmulos, como ilustra la figura 2.

Figura 2. Esquema de un sistema de cúmulos[3]



Para el núcleo se usa el modelo de capas, una descripción muy efectiva del núcleo que contiene también un SU(3). Aquí, el 3 se refiere a las direcciones (x, y, z) en el espacio. En este modelo, los nucleones se mueven en un campo promedio dado por un oscilador armónico en 3 dimensiones. Así, SU(3) se asocia también a cada cúmulo. ¡Se ve qué grupos juegan un papel importante para la descripción de un núcleo!

También se pueden estudiar transiciones de fase en un sistema de un núcleo. Por ejemplo, al cambiar el número de neutrones (ir dentro de una cadena de isótopos), un núcleo puede cambiar de una fase de un núcleo esférico a otra fase de un núcleo deformado, y todo esto requiere el uso de la simetría.

Para la descripción del cambio de fase, se usan las herramientas de la teoría de catástrofes. Esto no es tan fácil de explicar de forma simplificada, ya que implica representar cómo y bajo qué circunstancias un sistema hace una transición catastrófica.

3 Un esquema de la estructura de un sistema de cúmulos de 3-α (12C) y de 4-α (16O). Los vectores λ y ϱ son coordenadas de Jacobi (simplemente una notación/definición que da distancias características en el núcleo) dentro del núcleo 12C, mientras λ_*k* (k = 1, 2, 3) son las coordenadas de Jacobi dentro del núcleo 16O.

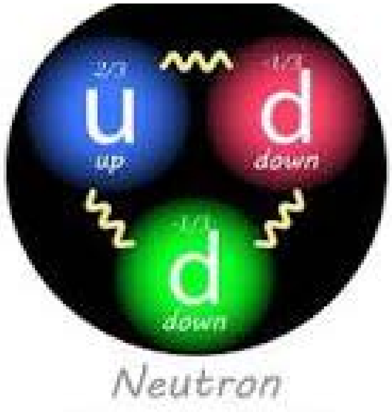
QCD, hadrones y gluones

Los hadrones consisten en 3 quarks —como en el caso de los bariones, por ejemplo, el protón o el neutrón) o por un par de quark-antiquark (como ocurre con los mesones). (La realidad es un poco más complicada, pues se puede tener contribuciones de pares adicionales de quark-antiquark y gluones.) Así, no es tan diferente de un núcleo que contiene varias partículas, donde las simetrías juegan un papel importante.

Por tal razón, los métodos de muchos cuerpos de física nuclear (y el uso de simetrías) se pueden trasladar al estudio de las partículas elementales. Por ejemplo, aparecen grupos de simetría como de isospín SU(2) (el 2 se refiere a los dos grados de libertad básicos del espín: arriba y abajo), o el SU(3) (el 3 por los tres quarks básicos), etcétera.

En la figura 3 se ilustra el neutrón en términos de tres quarks. Las líneas onduladas indican el intercambio de gluones, el pegamento de los hadrones. Como se puede observarse, estas consideraciones tienen aplicaciones en mucho más que catástrofes.

Figura 3. Neutrón compuesto por tres quarks (uno del tipo *up* y dos otros del tipo *down*).



Relatividad general: agujeros negros

La relatividad general es una de las teorías más exitosas que existen. Pero no estamos seguros si sigue siendo válida en situaciones muy extremas, como campos gravitacionales extremadamente fuertes, por ejemplo, muy cerca de un agujero negro. Entonces, uno puede preguntarse: ¿cómo extender la relatividad, cuando no se cambian los resultados confirmados para campos débiles? Cabe señalar que, en este contexto, una estrella de neutrones todavía cuenta como tener campos "débiles", pues todo es relativo.

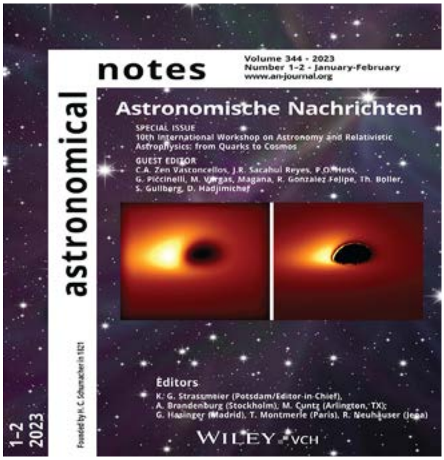
Buscar una extensión también involucra especulaciones o apuestas (sí, los físicos también especulan). Una de estas propuestas fue hecha por mí en 2009: extender las coordenadas reales en el espacio-tiempo de cuatro dimensiones x_μ (μ = 0, 1, 2, 3, el 0 se refiere al tiempo, y x, y, z a las tres direcciones espaciales) a unas nuevas coordenadas pseudocomplejas $x\_\mu = x\_\mu + I\, y\_\mu$, con $I^2 = 1$. Esta última propiedad es la razón por la que se les llama coordenadas pseudocomplejas.

Hay un trabajo que estudió extensiones de coordenadas de cualquier tipo (por ejemplo, complejas), y la extensión pseudocompleja es la única que no involucra propiedades no físicas. Se calcularon las propiedades de un disco de acreción alrededor de un agujero negro y ondas gravitacionales que emite la fusión de dos agujeros negros. En todos los casos, se ven diferencias sólo muy cerca de un horizonte de evento, lo que requiere una sensibilidad de observación que, por desgracia, todavía no se ha alcanzado. En otras palabras, la "nueva" teoría es prácticamente igual a la teoría de Einstein, salvo en regiones muy cercanas al horizonte de evento.

En la figura 4 se puede ver la portada de un volumen de la revista *Astronomische Nachrichten* de 2023, en donde se muestra una simulación mía de un disco de acreción dentro del modelo de extensión pseudocompleja de la relatividad general. En el lado derecho de la figura, se muestra una simulación con resolución exacta, mientras en el lado izquierdo se tomó en cuenta la resolución actual de la observación. Así, se nota que la foto del disco de acreción ya es borrosa.

Hay muchas más aplicaciones de este tema, por ejemplo, en la cosmología: cómo empezó el universo y cómo se desarrolló hasta el presente. Sin embargo, no hay tiempo ni espacio para presentarlo todo en este espacio.

Figura 4. Portada del volumen de 344
de la revista Astronomische Nachrichten de 2023.



Referencias

Cseh, J. "Semimicroscopic algebraic description of nuclear cluster states. Vibron model coupled to the SU(3) shell model". *Physics Lettres*, núms. 3-4 (1992): 173-177. https://doi.org/10.1016/0370-2693(92)91124-R.

Hess, P. O., y W. Greiner. "Pseudo-complex general relativity". *International Journal of Modern Physics E*, 18(1) (2009): 51-77. https://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S2010194517600023.

Hess, P. O. "Alternatives to Einstein's general relativity theory". *Progress in Particles Nuclear Physics*, 114(2020). https://doi.org/10.1016/j.ppnp.2020.103809.

Lohr-Robles, D. S., E. López-Moreno y P. O. Hess. "Semiclassical study of single-molecule magnets and their quantum phase transitions". *Journal of Physics A: Mathematical and Theorical*, 56(50) (2023). https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1751-8121/ad0d1f/pdf.